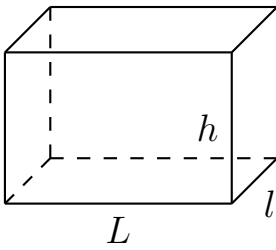


Chapitre 14 : Espace

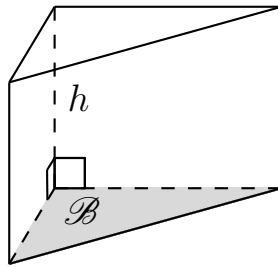
I Solides usuels

Définition 1

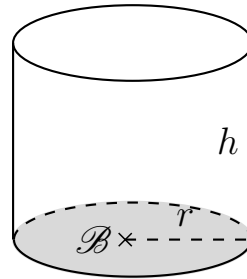
Voici les noms des différents solides usuels que nous rencontrons en mathématiques au collège :



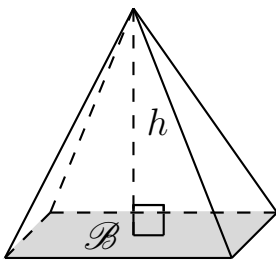
Pavé droit



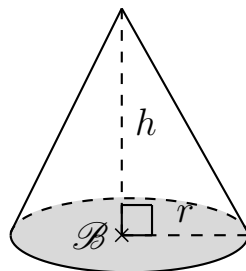
Prisme droit



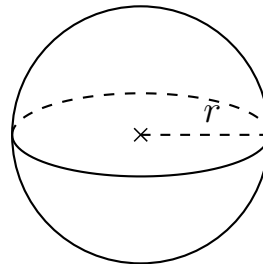
Cylindre



Pyramide



Cône



Boule

II Parallélépipède rectangle

Définition 2

Un solide est un objet en trois dimensions.

Définition 3

Un parallélépipède rectangle (ou pavé droit) est un solide possédant six faces, qui sont toutes des rectangles.

Définition 4

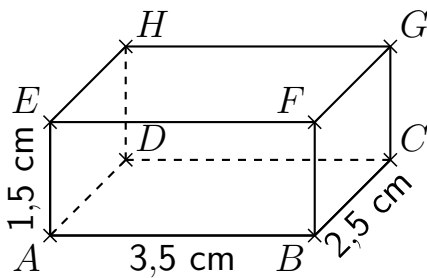
Les côtés des rectangles sont les arêtes du parallélépipède rectangle.
Les extrémités des arêtes sont les sommets du parallélépipède rectangle.

Propriété 1

- Un parallélépipède rectangle a 8 sommets et 12 arêtes.
- Un parallélépipède rectangle a 3 dimensions : sa longueur, sa largeur et sa hauteur.

Exemple 1

Ci-dessous, on a représenté un parallélépipède rectangle $ABCDEFGH$.



Ses faces sont $ABCD$, $ABFE$, $EFGH$, $DCGH$, $ADHE$ et $BCGF$.

Ses côtés sont $[AB]$, $[BC]$, $[CD]$, $[DA]$, $[EF]$, $[FG]$, $[GH]$, $[EH]$, $[AE]$, $[BF]$, $[CG]$ et $[DH]$.

Ses sommets sont A , B , C , D , E , F , G et H .

Sa longueur est de 3,5 cm, sa largeur est de 2,5 cm et sa hauteur est de 1,5 cm.

Remarque 1

Un cube est un parallélépipède rectangle dont les 6 faces sont des carrés.

Propriété 2

- Deux arêtes issues d'un même sommet sont perpendiculaires.
- Deux arêtes parallèles ont la même longueur.
- Deux faces non opposées sont perpendiculaires.
- Deux faces opposées sont parallèles.

Définition 5

Le patron d'un solide est la figure plane qui permet de reconstruire, après pliage et collage, l'objet qui représente ce solide dans l'espace.

Remarque 2

Le point essentiel dans la fabrication d'un patron est la disposition correcte des différentes faces afin qu'elles se recollent parfaitement après pliage.

Définition 6

La perspective cavalière est une manière de représenter sur papier des objets en volume. Cette représentation ne présente pas de point de fuite : la taille des objets ne diminue pas lorsqu'ils s'éloignent. Cette perspective ne prétend pas donner l'illusion de ce qui peut être vu, mais simplement donner une information sur la notion de profondeur.

Remarque 3

Le parallélépipède rectangle du premier exemple est représenté en perspective cavalière.

Règle 1

- Les arêtes parallèles sur le solide sont représentées par des segments parallèles.
- Les faces qu'un observateur a face à lui (faces avant et arrière) sont représentées en vraie grandeur (ou à l'échelle) ; les arêtes qui relient ces faces sont réduites.
- Les arêtes qu'un observateur ne voit pas sont représentées en pointillés.

Remarque 4

Attention, les angles ne sont pas forcément respectés dans un dessin en perspective (ils le sont seulement sur les faces avant et arrière).

III Volumes

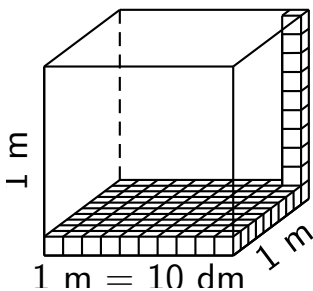
Définition 7

Une unité de volume souvent utilisée est le mètre cube (m^3).
 $1 m^3$ est le volume d'un cube d'arête 1 m.

Remarque 5

Comme pour les unités de longueur et d'aire, on peut utiliser des unités de volume multiples ou sous-multiples du m^3 . Mais il faut encore faire attention au moment de la conversion.

Prenons l'exemple du m^3 au dm^3 .
 $1 m^3$ est un cube de côté 1 m :



On remarque que ce cube contient $10 \times 10 \times 10 = 1\,000$ cubes de côté 1 dm (ayant donc un volume de $1 dm^3$). Ainsi, le cube de côté 1 m a un volume de $1\,000 dm^3$.

Pour convertir des m^3 en dm^3 , il faut donc multiplier par 1 000.

Propriété 3

Pour convertir les longueurs, on peut utiliser un tableau de conversion :

km^3	hm^3	dam^3	m^3	dm^3	cm^3	mm^3

Exemple 2

Pour convertir $0,75 \text{ dm}^3$ en mm^3 , on écrit $0,75$ dans le tableau précédent de sorte que :

- le chiffre des unités du nombre soit dans la dernière case des dm^3 ;
- chaque case ne contienne qu'un seul chiffre.

km^3			hm^3			dam^3			m^3			dm^3			cm^3			mm^3		
												0	7	5	0	0	0	0		

Puis on lit le nombre qui a pour chiffre des unités le chiffre qui est dans la dernière case des mm^3 .

D'où $0,75 \text{ dm}^3 = 750\,000 \text{ mm}^3$.

On peut aussi se passer du tableau en multipliant ou en divisant par $1\,000$:

$$0,75 \text{ dm}^3 = 0,75 \times 1\,000 \text{ cm}^3 = 750 \text{ cm}^3 ;$$

$$750 \text{ cm}^3 = 750 \times 1\,000 \text{ mm}^3 = 750\,000 \text{ mm}^3.$$

Définition 8

Une unité de contenance souvent utilisée est le litre (L).

1 L est la contenance d'un cube d'arête 1 dm. Ainsi, $1 \text{ L} = 1 \text{ dm}^3$.

Propriété 4

On peut intégrer les unités de contenance dans le tableau de conversion des volumes :

km^3			hm^3			dam^3			m^3			dm^3			cm^3			mm^3			
												hL	daL	L	dL	cL	mL				

Exemple 3

- $1 \text{ m}^3 = 1\,000 \text{ L}$;
- $1 \text{ dm}^3 = 100 \text{ cL}$;
- $1 \text{ cm}^3 = 1 \text{ mL}$.

Propriété 5

Le volume d'un parallélépipède rectangle de longueur L , de largeur l et de hauteur h est égal à $L \times l \times h$.

Exemple 4

Un parallélépipède rectangle de longueur 5 cm, de largeur 4 cm et de hauteur 3 cm a un volume de $5 \times 4 \times 3 = 60 \text{ cm}^3$.